

Dieses Dokument wurde von **Christian Buth** erstellt.

Es ist auf meinen Internetseiten unter

<http://www.Christian.Buth.mysite.de>

frei erhältlich.

Sollten Sie Probleme mit der Anzeige haben oder einen

Fehler entdecken, wenden Sie sich bitte an

cbuth@ix.urz.uni-heidelberg.de .

© 2000 Christian Buth. Dieser Text ist nach allen nationalen und internationalen Regeln urheberrechtlich geschützt. Das Verändern und anschließende Veröffentlichen unter meinem Namen ist verboten – auch auszugsweise. Das Veröffentlichen und Verbreiten unter einem anderen als meinem Namen ist nicht erlaubt. Das Dokument kann für nichtkommerzielle Zwecke aber hemmungslos verbreitet und kopiert werden, sofern es unverändert bleibt. Kommerzielle Nutzung jeglicher Art – auch auszugsweise – ist nur nach Rücksprache gestattet.

1 Die Theorie des Versuches

1.1 Charakterisierung von Myonen

Ein **Myon** ist ein **Lepton**. Es trägt den Spin $\frac{1}{2}$. Mit diesem halbzahligen Spin gehört es zu der Gruppe der **Fermionen**. Das μ^- ist das Teilchen, das μ^+ ist das zugehörige Antiteilchen. Zu jedem (Anti)-Lepton existiert ein zugehöriges (Anti)-Neutrino. **(Anti)-Neutrinos** sind ebenfalls Leptonen. Zusammen mit ihren Neutrinos (μ^-, ν_μ) beziehungsweise ($\mu^+, \bar{\nu}_\mu$) gehören Myonen zur zweiten Generation von Elementarteilchen.

1.2 Paritätsverletzung

Für Teilchen mit halbzahligem Spin tritt bei Zerfällen über die **schwache Wechselwirkung**, bei denen W^\pm ausgetauscht werden, eine **Paritätsverletzung** auf.

Die Ursache für diese Paritätsverletzung liegt in der unterschiedlichen Händigkeit von Teilchen und Antiteilchen. Es gibt **links-** und **rechtshändige** Teilchen.

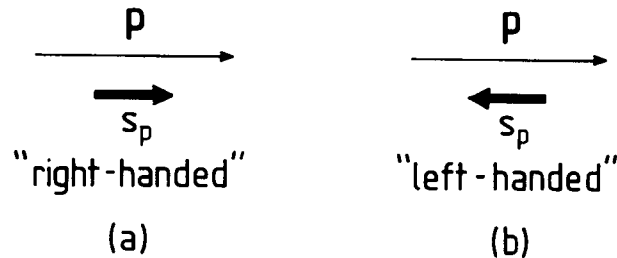


Abbildung 1: Händigkeit von Fermionen. (Figur 10.3 aus [3].)

Linkshändig bedeutet, daß der Spin entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung des Teilchens gerichtet ist. Rechtshändig besagt, daß der Teilchenspin in Bewegungsrichtung weist. In Abbildung 1 sind diese zwei Fälle illustriert. Die Händigkeit ist nur für *masselose* Fermionen streng. Neutrinos können als masselos aufgefaßt werden, so daß hier die Händigkeit ein entscheidendes Kriterium bei dem Zerfall (2) von Myonen darstellt.

1.3 Entstehung von Myonen

1.3.1 Die wichtigsten auftretenden Reaktionen

Die in diesem Versuch verwendeten μ^\pm entstehen durch die kosmische Höhenstrahlung. Aus dem All kommende hochenergetische Protonen treffen auf die obersten Schichten der Atmosphäre. Durch inelastische StröÙe werden viele neue Teilchen produziert.

Da die Myonen als Leptonen nicht stark wechselwirken, können sie die Atmosphäre durchqueren gesetzt den Fall, dass ihre Lebensdauer durch Zeitdilatation hinreichend stark verlängert wird.

Ein Möglichkeit Myonen zu produzieren besteht durch den Zerfall von **Pionen**

$$\begin{aligned}\pi^+ &\longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\quad . \quad 1 \quad (1)$$

Myonen können ebenfalls durch den Zerfall von Kaonen beisspielsweise nach folgenden Reaktionen

$$\begin{aligned}K^+ &\longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ K^- &\longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ K^0 &\longrightarrow \pi^+ + \pi^0\end{aligned}\quad . \quad 2$$

entstehen.

1.3.2 Der Einfluß der Paritätsverletzung

Ein Zerfall der π^+ in Positronen wäre energetisch deutlich günstiger. Das Pion trägt keinen Spin. Somit muß die Summe der Spins der Zerfallsprodukte ebenfalls verschwinden. Bei π^+ ergibt sich die Situation aus Abbildung 2. Das Antilepton l^+ sollte rechtshändig sein. Damit der Zerfall aber statt findet muß es linkshändig sein. Da bei dem Zerfall die Myonen aufgrund ihrer größeren Masse eine geringere Geschwindigkeit besitzen als die Positronen ist es leichter möglich linkshändige Myonen als Positronen zu schaffen.

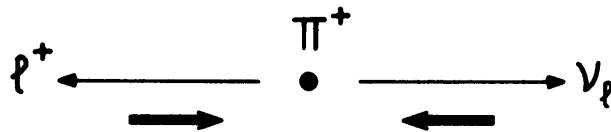


Abbildung 2: Händigkeit beim Zerfall von Pionen. (Figur 10.6 aus [3].)

Für π^- sind die Spins in Abbildung 2 umzudrehen. Die Argumentation bleibt die Gleiche.

¹Gleichung (3) aus [2].

²Gleichungen (2.29a) und (2.29b) aus [3].

1.4 Zerfall der Myonen

Myonen zerfallen nach folgenden Gesetzen

$$\begin{aligned}\mu^- &\longrightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \\ \mu^+ &\longrightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e\end{aligned}\quad . \quad 3 \quad (2)$$

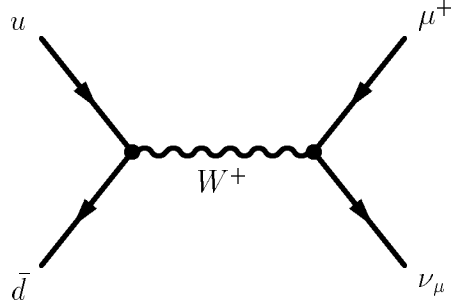


Abbildung 3: FEYNMAN-Diagramm des Pionenzerfalls (1).

Durch eine genaue Analyse des μ^\pm Zerfalls erhält man für die Lebensdauer der Myonen im Vakuum

$$\tau = \frac{192\pi^3\hbar}{G_F^2(m_\mu c^2)^5} \quad 4 \quad (3)$$

Der Myonenzerfall nach Figur 4a tritt nach dem oben gesagten wesentlich häufiger auf, als der Zerfall in Figur 4b. Betrachtet man nicht diesen Spezialfall, sondern mittelt man über alle Winkel und (Elektronen-)Positronenenergien, so erhält man

$$N(\theta) \propto 1 \pm A \cos \theta,$$

wobei θ der Winkel zwischen (Elektronen-)Positronenzerfallsrichtung und Myonenspin ist und $A = \frac{1}{3}$.

1.5 Kerneinfang von negativen Myonen

Befindet sich ein μ^- in Materie, so kann es eingefangen werden

$$\mu^- + p \longrightarrow n + \nu_\mu.$$

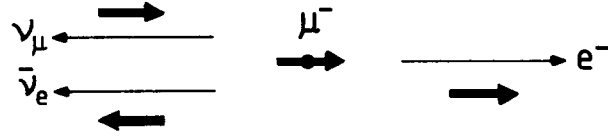
Dadurch reduziert sich die Lebensdauer nach

$$\frac{1}{\tau_{\mu^-}} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_c} \quad 5 \quad (4)$$

³Gleichung (1) aus [2].

⁴Gleichung (8) aus [2].

⁵Gleichung (15) aus [2].



(a) Forbidden



(b) Allowed

Abbildung 4: Zerfall von Myonen in dem die Elektronen mit größtmöglicher Energie emittiert werden. (Figur 10.7 aus [3])

1.6 Das magnetische Moment des Myons

Da Myonen einen Spin besitzen, tragen sie auch ein **magnetisches Moment**

$$\vec{\mu}_\mu = -g_\mu \frac{\mu_\mu^{\text{Bohr}}}{\hbar} \vec{S}, \quad 6$$

wobei

$$\mu_\mu^{\text{Bohr}} = \frac{e\hbar}{2m_\mu} \quad (5)$$

das **Bohrsche Magneton** ist.

Dies führt in einem Magnetfeld zu einer Präzession des Spins um die Magnetfeldrichtung mit der LAMOR-Frequenz, nach Abbildung 5.

$$\omega_{\text{Lamor}} = g_\mu \mu_\mu^{\text{Bohr}} \frac{B}{\hbar} \quad (6)$$

Die Zerfallsasymmetrie nach Abbildung 4 kann benutzt werden, um die Spinpräzessionsbewegung zu verfolgen.

Die Asymmetrie des Myonenzerfalls bewirkt eine Zählrate von

$$Z(t) = Z_0 e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \cdot (1 + PA \cos(\omega_{\text{Lamor}} t + \varphi)) \quad 7 \quad (7)$$

⁶Gleichung (16) aus [2].

⁷Gleichung (19) aus [2].

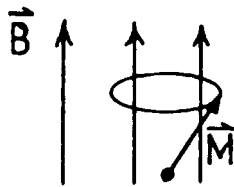


Abbildung 5: Präzession der Myonen in dem Magnetfeld. (Figur von Seite 370 aus [1].)

2 Der Versuchsaufbau

2.1 Der Detektor

Der Detektor des Versuchsaufbaus besteht aus einem Stapel aus **Plastiksintillatoren**. Fliegt ein Myon durch das Szintillatormaterial, so werden Photonen erzeugt. Die Szintillatoren sind so konstruiert, daß die generierten Photonen zu einer Seite hin geleitet werden und dort von einem **Photomultiplier** detektiert werden. Damit die Photonen nicht aus dem Szintillator herauskommen ist dieses mit Aluminiumfolie umwickelt. Als zusätzlicher Lichtschutz sind die Szintillatorplatten noch mit einem schwarzen Klebeband umwickelt.

Zu oberst liegt ein Detektor. Er dient zur Messung der Rate ankommender und zum Ausschluß von seitlich einfliegenden Teilchen. Darunter liegt eine Bleiplatte. Sie hat die Aufgabe einfliegenden Myonen so viel Energie zu entziehen, so daß fast alle hochenergetischen Myonen in der Versuchsanordnung zur Ruhe kommen und zerfallen.

Nun folgen fünf weitere Lagen, die aus einem weiteren Detektor und folgenden Aluminiumabsorberplatten bestehen. Sie bilden das Kernstück der Apparatur.

Zu unterst liegt eine Kupferplatte zwischen zwei Detektormodulen.

Der Detektor befindet sich innerhalb eines Elektromagneten. Das Magnetfeld dient, wie in Abschnitt 1.6 erläutert dazu die Spinpräzession zu vermessen.

2.2 Detektion von Myonen

Nur, wenn in mindestens zwei Detektoren eine **Koinzidenz** auftritt, kann von einem gestoppten Teilchen gesprochen werden. Der letzte Detektor darf jedoch *nicht* ansprechen, da das Teilchen sonst nur durchgeflogen ist. Der letzte Detektor übt also ein **Veto** aus. Wenn von ihm ein Signal registriert

wird, so verhindert dieses die Aufzeichnung des Ereignisses.

Der Hauptteil der durchfliegenden Myonen wird in einer der Aluminiumplatten gestoppt und zerfällt dort. Das Zerfallsprodukt nach (2) kann sodann in dem darüber oder darunterliegenden Detektor nachgewiesen werden.

Der Zerfall einer großen Zahl von instabilen Teilchen wird über das aus der Kernphysik bekannte **radioaktive Zerfallsgesetz**

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8)$$

beschrieben, wobei N_0 für die zu Beginn und $N(t)$ für die zum Zeitpunkt t vorhandene Anzahl Teilchen steht. τ steht für die **Lebensdauer** der Teilchen.

In diesem Versuch tritt jedoch eine andere Situation dadurch auf, daß nur ein einzelnes Myon jeweils zerfällt. Die Voraussetzung für (8) sind deshalb nicht erfüllt. Das Gesetz erweist sich dennoch als gültig, wenn τ nicht als Lebensdauer, sondern als eine zur **Zerfallswahrscheinlichkeit** umgekehrt proportionale Größe interpretiert wird.

Betrachtet man hernach einen Datensatz mit vielen Zerfällen, so läßt sich das Gesetz (8) bestätigen obwohl die Zerfälle nacheinander stattgefunden haben. Dies zeigt auch, daß der Zerfall von Elementarteilchen unabhängig von seiner Umgebung ist, eine Ansammlung von Teilchen beeinflußt sich in dieser Hinsicht nicht.

Gleichung (8) ist für diesen Versuch noch nicht vollständig. Es muß noch der Kerneinfang der μ^- aus Abschnitt 1.5 berücksichtigt werden. Dies führt zu dem Zerfallsgesetz

$$N(t) = N(\mu^-) e^{-t/\tau_0} e^{-t/\tau_c} + N(\mu^+) e^{-t/\tau_0} \quad (9)$$

3 Analyse und Auswertung der Daten

3.1 Lebensdauer der Myonen

Die Meßdaten wurden mittels PAW angefitet. Die Fitfunktion ergibt sich aus Gleichung (9) zu $S(\tau) = N(t) + \text{Untergrund}$ ⁸. Mit Parametern lautet sie also

$$S(\tau) = P_1 e^{-\frac{\tau}{P_2}} + P_3 e^{-\frac{\tau}{P_4}} + P_5. \quad (10)$$

Hierbei steht P_1 für die Anzahl detektierter negativer Myonen, P_2 für deren Lebensdauer. P_3 gibt die Anzahl detektierter positiver Myonen und P_4 wieder deren Lebensdauer an. P_5 steht für den Untergrund.

Das Fitten der Lebensdauer Daten erwies sich als *äußerst* problematisch. Die Schwierigkeiten bewirkten mehrere Faktoren:

⁸Gleichung (23) aus [2].

- *Nachpulsen*: Die Photomultiplier erzeugen nach der Auslösung durch ein Teilchen unter Umständen weitere Pulse. Dies beeinflusst die Aussagekraft von Zerfällen nach oben negativ, da es sich auch um einen Nachpuls handeln kann.
- *Geringe Statistik*: Die statistischen Fehler sind sehr groß, wegen der kurzen Meßzeit und der geringen Rate von kosmischen Myonen.
- *Systematische Fehler*: Die Fitfunktion beschreibt nur ungenügend die tatsächlichen Meßdaten.

Diese Einflüsse verhinderten eine gute Einpassung von Gleichung (10), wie die Ausgabe `1f7.ps` beziehungsweise `1f7.kumac.ps` zeigt. Es gab nur sehr wenige Fits, die nicht fehlschlugen. Jene, die konvergieren oder zumindest den Status `CALL LIMIT` ergaben, müssen trotz dieses halbwegs akzeptablen Ergebnisses sehr kritisch analysiert werden. Zumeist liefern die Fits nur für ein paar der Fitparameter plausible Ergebnisse.

Um die geringe Statistik zu beheben habe ich zuerst versucht die lange Messung zur Asymetrie zu verwenden. Hierzu habe ich die Zerfälle nach oben und nach unten addiert, um die Zerfallsschwankungen durch die präzедierenden Myonen, welche antiparallel zueinander sind, zu eliminieren. Dies führte aber zu schlechten Ergebnissen, da wegen der größeren statistischen Genauigkeit die systematischen Fehler plausible Ergebnisse verhinderten.

Die folgenden Werte für die Fitparameter habe ich `1f7.kumac.ps` entnommen.

$$\begin{aligned}
N(\mu_-) &= P_1 = 1500 \pm 300 & \tau_{\mu_-} &= P_2 = (0,39 \pm 0,04) \mu s \\
N(\mu_+) &= P_3 = 820 \pm 20 & \tau_{\mu_+} &= P_4 = (2,29 \pm 0,03) \mu s \\
\dot{N}(U) &= P_5 = (2,8 \pm 0,2) (0,2 \mu s)^{-1}
\end{aligned} \tag{11}$$

P_1, P_2, P_3, P_4 stammen aus Fit 3 und P_5 stammt aus dem zweiten Untergrundfit.

Es wäre sicherlich besser über eine größere Anzahl Fits zu mitteln. Diese Anzahl vernünftiger Fits steht mir jedoch nicht zur Verfügung, da die meisten Fits nicht konvergieren. Die angegebenen Fehler sind auch um eine Größenordnung zu klein sein, was sich an der Streuung der Fitparameter zeigt, deshalb verwende ich im folgenden

$$\tau_{\mu_+} = (2,3 \pm 0,3) \mu s \tag{12}$$

Der Literaturwert⁹ für die Lebensdauer von Myonen im Vakuum ist $\tau_0 = 2,1970 \mu s$.

⁹Gleichung (6) des Skriptes.

3.2 Untergrund

Es soll der Untergrund abgeschätzt werden. Die im Skript angegebene Gleichung (22) in der über die Anzahl zu erwartender Zerfälle von $t = 10 \mu s$ bis zum Ende des Meßintervalls $t = 41 \mu s$ integriert wird ist **falsch!** Die richtige Gleichung lautet

$$N_{\mu+}(10 \mu s) - N_{\mu+}(41 \mu s) = N_{\mu+} \left(e^{-10 \mu s / \tau_{\mu+}} - e^{-41 \mu s / \tau_{\mu+}} \right) = 0,013 \cdot N_{\mu+},$$

wobei der Meßwert (12) verwendet wurde. Mit dem Meßwert (11) für $N_{\mu+}$ zerfallen nach $10 \mu s$ also nur noch $N_{\mu+}(t > 10 \mu s) = 11$ Myonen. Dies ist wesentlich kleiner, als der Untergrund von 434 Zerfällen in der gleichen Zeit von $t = 31 \mu s$. Der Untergrund wurde mit Meßwert (11) für $\dot{N}(U)$ bestimmt.

Dieses Ergebnis zeigt, daß nach $10 \mu s$ hauptsächlich nur noch Untergrund gemessen wird. An diesem Zeitpunkt sind $\approx 99\%$ der anfänglich vorhandenen Myonen zerfallen.

3.3 Kerneinfangrate

Die Kerneinfangrate $\frac{1}{\tau_c}$ berechnet sich aus Gleichung (4) durch umformen zu

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_{\mu-}} - \frac{1}{\tau_0}.$$

Der Fehler folgt aus

$$\Delta \frac{1}{\tau_c} = \sqrt{\left(\Delta \frac{1}{\tau_0} \right)^2 + \left(\Delta \frac{1}{\tau_{\mu-}} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \tau_0}{\tau_0^2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau_{\mu-}}{\tau_{\mu-}^2} \right)^2}.$$

Unter Benutzung der Meßwerte (11) und (12) ergibt sich die Lebensdauer bei reinem Kerneinfang zu

$$\tau_c = (0,5 \pm 0,3) \mu s.$$

Für die Kerneinfangrate von Aluminium, dem Absorbermaterial zwischen den inneren Detektoren, folgt aus der Tabelle in Abschnitt 7.3 des Skriptes $\lambda_c = (0,69 \pm 0,02) \mu s^{-1}$. Dieser Wert stimmt nicht gut mit dem ermittelten Wert von $\lambda_c = \frac{1}{\tau_c} = (2 \pm 1) \mu s^{-1}$ überein.

3.4 Präzession der Myonen im Magnetfeld

Zur Ermittlung der Präzessionsfrequenz, Gleichung (7), wird die Funktion

$$P_1 \cdot \left(\cos \left(\left(\frac{2\pi}{P_2} \right) \cdot t + P_3 \right) \right) + P_4 \quad (13)$$

benutzt. Die Fitparameter bedeuten im einzelnen P_1 Amplitude, P_2 Periodendauer, P_3 Phase und P_4 Offset der Oszillation. In **af3.ps** beziehungsweise **af3.kumac.ps** sind die Ergebnisse einiger repräsentativer Fits zusammen gestellt.

Die Anfertigung der Fits erwies sich als schwierig. Wurden die Start- und Endzeiten für die Fitroutine in PAW schlecht gewählt, so wurden die Daten mit falscher, viel zu kleiner, Amplitude gefittet. Die Fitfunktion fand das globale Fehlerminimum nicht, sondern blieb in einem lokalen stecken. Dies wird an der PAW-Ausgabe in **af3.kumac.ps** zu den letzten beiden Fits deutlich, in denen PAW warnt, dass es mehr als ein Minimum fand. In den beiden Beispielen ist jedoch das richtige Minimum gefunden worden.

Die Parameter der Fits stimmen in den Fehlergrenzen miteinander überein. Das ist ein wichtiges Kriterium für deren Qualität. Die Fits beginnen jeweils bei $2\mu s$, da nach den Graphenseiten 7, 8 und 9 (Histogramme 300–400) die Meßelektronik erst nach ca. 400 ns anspricht. Deshalb wird hier großzügig Platz gelassen. Die Fits gelingen hierdurch auch eher, vermutlich weil die Zerfallsrate nach dieser, der Halbwertszeit des Myons entsprechenden, Dauer niedriger ist und die Fitroutine so das globale Minimum besser findet.

Die im folgenden verwendeten Fitparameter stammen aus dem letzten Fit von **af3.kumac.ps**, der die genauesten Ergebnisse liefert. Sie sind im Einzelnen

$$\begin{aligned} P_1 &= 0,054 \pm 0,006 & P_2 &= (2,00 \pm 0,03) \mu s \\ P_3 &= (2,2 \pm 0,2) \text{ rad} & P_4 &= -0,039 \pm 0,004. \end{aligned} \quad (14)$$

3.5 Bestimmung der Masse des Myons

Aus der Gleichung (6) folgt sofort

$$\mu_\mu^{\text{Bohr}} = \frac{\hbar \omega_{\text{Lamor}}}{g_\mu B}.$$

Hieraus ergibt sich die Masse der Myonen mittels Gleichung (5) zu

$$m_\mu = \frac{e\hbar}{2\mu_\mu^{\text{Bohr}}} = \frac{eg_\mu B}{2\omega_{\text{Lamor}}}.$$

Der Fehler der Myonenmasse beträgt

$$\Delta m_\mu = \left| \frac{\partial m_\mu}{\partial \omega_{\text{Lamor}}} \right| \cdot \Delta \omega_{\text{Lamor}} = \frac{eg_\mu B}{2\omega_{\text{Lamor}}^2} \cdot \Delta \omega_{\text{Lamor}}.$$

Die LAMOR-Kreisfrequenz beträgt $\omega_{\text{Lamor}} = \frac{2\pi}{P_2}$ mit dem Fehler $\Delta\omega_{\text{Lamor}} = \frac{2\pi}{P_2^2} \cdot \Delta P_2$. Der Meßwert ist

$$\omega_{\text{Lamor}} = (3,14 \pm 0,05) \cdot 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Hieraus ergibt sich die Masse der Myonen mit $B = 4 \text{ mT}$ und $g_\mu = 2$ zu $m_\mu = (2,04 \pm 0,03) \cdot 10^{-28} \text{ kg}$. Dieser Wert stimmt nicht so gut mit dem Literaturwert von $m_\mu = 1,883 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$ überein. Der statistische Fehler scheint um eine Größenordnung unterschätzt worden zu sein. Dies zeigt auch die Streuung der Fitparameter beim Vergleich mehrerer Asymmetriefits. Im folgenden werde ich

$$m_\mu = (2,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-28} \text{ kg} \quad (15)$$

annehmen.

3.6 Die Polarisation kosmischer Myonen

Die präzedierenden Myonen zerfallen nach Gleichung (7). Vergleicht man diese Gleichung mit Gleichung (13) so findet man sofort, dass die Polarisation der kosmischen Myonen durch

$$P = \frac{P_1}{A}$$

gegeben ist. Für dieses Experiment ist die Asymmetrie mit $A = 0,23$ zu veranschlagen, so dass

$$P = 0,24 \pm 0,03.$$

Dieses Ergebnis ist mit der Polarisation von Pionen $P_\pi = 0,33$ deutlich besser verträglich, als mit jener der Kaonen $P_K = 0,54$. Dies zeigt, dass die Primärteilchen für die Bildung kosmischer Myonen zumeist Pionen und keine Kaonen sind.

3.7 Die Fermische Kopplungskonstante

Die FERMische Kopplungskonstante ist durch Gleichung (3) gegeben

$$G_F = \sqrt{\frac{192\pi^3\hbar}{\tau_0(m_\mu c^2)^5}}.$$

Der Fehler beträgt

$$\begin{aligned}\Delta G_F &= \sqrt{\left(\frac{\partial G_F}{\partial m_\mu} \Delta m_\mu\right)^2 + \left(\frac{\partial G_F}{\partial \tau_0} \Delta \tau_0\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5 \cdot 192 \pi^3 \hbar}{\tau_0 c^{10} m_\mu^6} \Delta m_\mu\right)^2 + \left(\frac{192 \pi^3 \hbar}{\tau_0^2 (m_\mu c^2)^5} \Delta \tau_0\right)^2}.\end{aligned}$$

Einsetzen von den Meßwerten (12) und (15) ergibt

$$G_F = (4 \pm 3) \cdot 10^{14} \text{ J}^{-2} = (1,0 \pm 0,8) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}.$$

Dieser Wert stimmt schönerweise mit dem Literaturwert von $G_F = 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ überein. Anzumerken ist jedoch, dass sich die Fehler in dieser Konstante akkumuliert haben, so dass die Aussagekraft des Ergebnisses stark eingeschränkt ist.

3.8 Die maximale Energie des emittierten Elektrons

3.8.1 Theoretische Betrachtung

Die maximale Energie des beim Myonenzerfalls (2) emittierten Elektrons wird durch die in Figur 4b gezeichneten Flugrichtungen der Zerfallsprodukte erreicht.

Zur Berechnung der Elektronenenergie analysiere ich zuerst die Energiebilanz des Zerfallsprozesses. Es wird angenommen, daß das zerfallende Myon anfänglich in Ruhe ist. Dann lautet der Energiesatz

$$E_e + E_{\nu_\mu} + E_{\bar{\nu}_e} = E_\mu = m_\mu c^2. \quad (16)$$

Die unter Umständen vorhandenen Ruhemassen von $\bar{\nu}_e$ und ν_μ sollen vernachlässigt werden. Die Elektronenenergie setzt sich aus Ruhemasse und Impuls zusammen.

$$E_e = \sqrt{(p_e c)^2 + (m_e c^2)^2} \quad (17)$$

Der Impulssatz ergibt

$$p_e = p_{\nu_\mu} + p_{\bar{\nu}_e} = \frac{1}{c}(E_{\nu_\mu} + E_{\bar{\nu}_e}). \quad (18)$$

Setzt man die Gleichungen (17) und (18) in Gleichung (16) ein, so erhält man den Impuls des emittierten Elektrons

$$\begin{aligned}m_\mu c^2 &= \sqrt{(p_e c)^2 + (m_e c^2)^2} + p_e c \\ \iff (m_\mu c^2 - p_e c)^2 &= (m_\mu c^2)^2 - 2m_\mu p_e c^3 + (p_e c)^2 = (p_e c)^2 + (m_e c^2)^2 \\ \iff p_e &= \frac{(m_\mu^2 - m_e^2)c}{2m_\mu} = \frac{m_\mu c}{2} \left(1 - \frac{m_e^2}{m_\mu^2}\right).\end{aligned} \quad (19)$$

Einsetzen von Gleichung (19) in Gleichung (17) ergibt die gesuchte Energie des Elektrons

$$\begin{aligned}
E_e^2 &= \frac{(m_\mu^2 - m_e^2)^2 c^2}{4m_\mu^2} \cdot c^2 + (m_e c^2)^2 \\
&= \frac{(m_\mu^4 + m_e^4 - 2m_\mu^2 m_e^2) \cdot c^4}{4m_\mu^2} + \frac{4m_\mu^2 m_e^2 c^4}{4m_\mu^2} \\
\Longleftrightarrow E_e &= \frac{(m_\mu^2 + m_e^2) c^2}{2m_\mu} = \frac{m_\mu c^2}{2} \left(1 + \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \right). \tag{20}
\end{aligned}$$

Gleichung (20)¹⁰ geht für $m_e = 0$ in

$$E_e = \frac{m_\mu c^2}{2} \tag{21}$$

über. Vergleicht man Gleichung (20) mit Gleichung (21), so stellt man fest, daß die Elektronenenergie für $m_e = 0$ leicht unterschätzt wird. Die tatsächliche Energie ist um den Faktor $1 + \frac{1}{207^2} = 1 + 2,33 \cdot 10^{-5}$ größer. Die Kleinheit des Unterschiedes rechtfertigt die Näherung $m_e = 0$.

3.8.2 Experimentelles Ergebnis

Aus den experimentellen Daten wurde im Abschnitt 3.5 die Masse der Myonen, Gleichung (15), bestimmt. Daraus folgt mit Gleichung (21) und $\Delta E_e = \frac{c^2}{2} \Delta m_\mu$ die maximale Energie der Elektronen in diesem Experiment zu

$$E_e = (56 \pm 8) \text{ MeV}.$$

Literatur

- [1] Walter Greiner. *Quantenmechanik*, volume 4 of *Theoretische Physik*. Harri Deutsch, 5. edition, 1992. Teil 1 — Einführung.
- [2] F13 lebensdauer von myonen. Internet, <http://www.cere...>, 1999.
- [3] B. R. Martin and G. Shaw. *Particle Physics*, volume 8 of *The Manchester Physics Series*. John Wiley & Sons, 2. edition, 1997. General Editors: D. J. Sandiford, F. Mandl, A. C. Philips.

¹⁰Gleichung (20) entspricht Gleichung (10.16) aus [3].

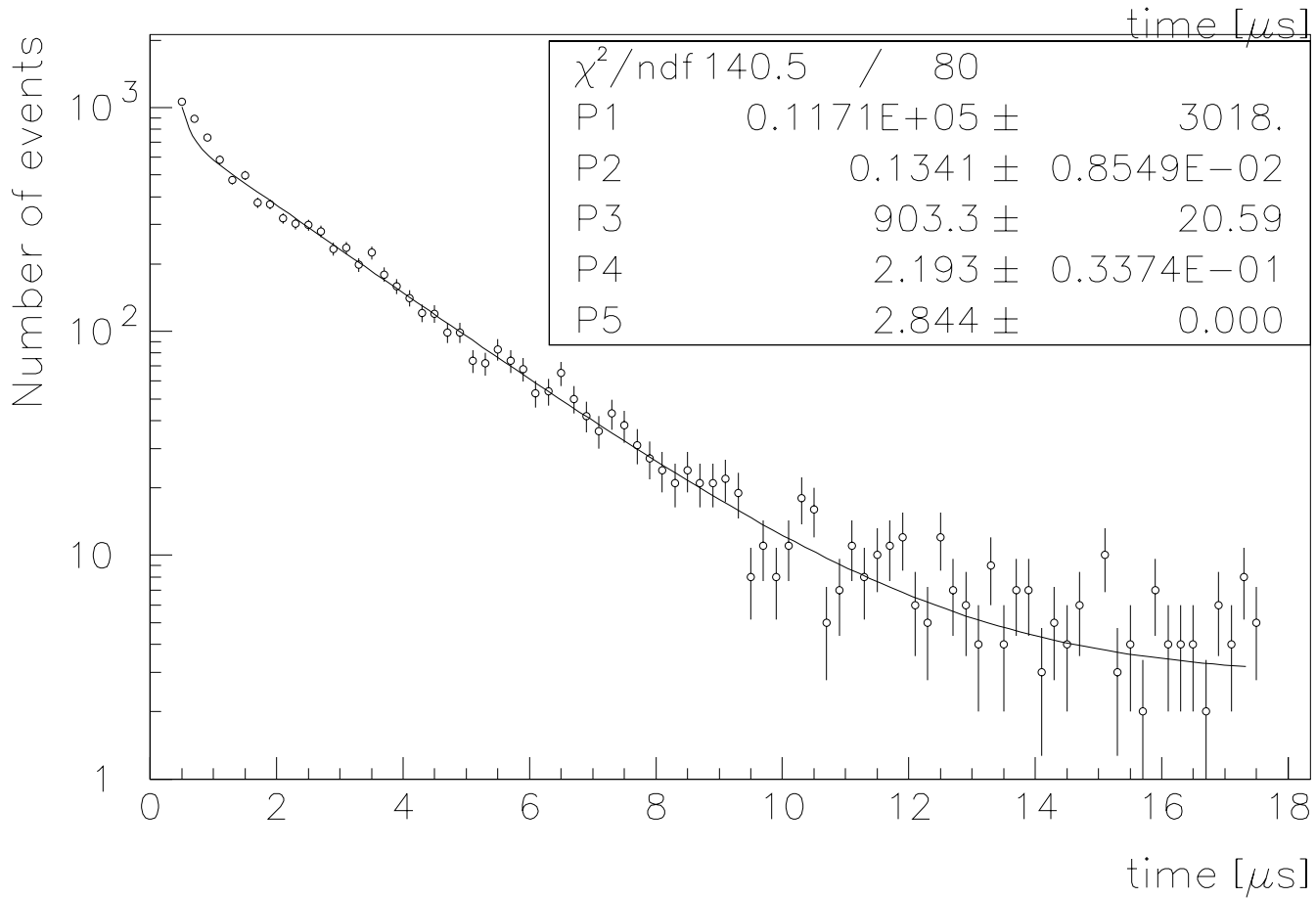
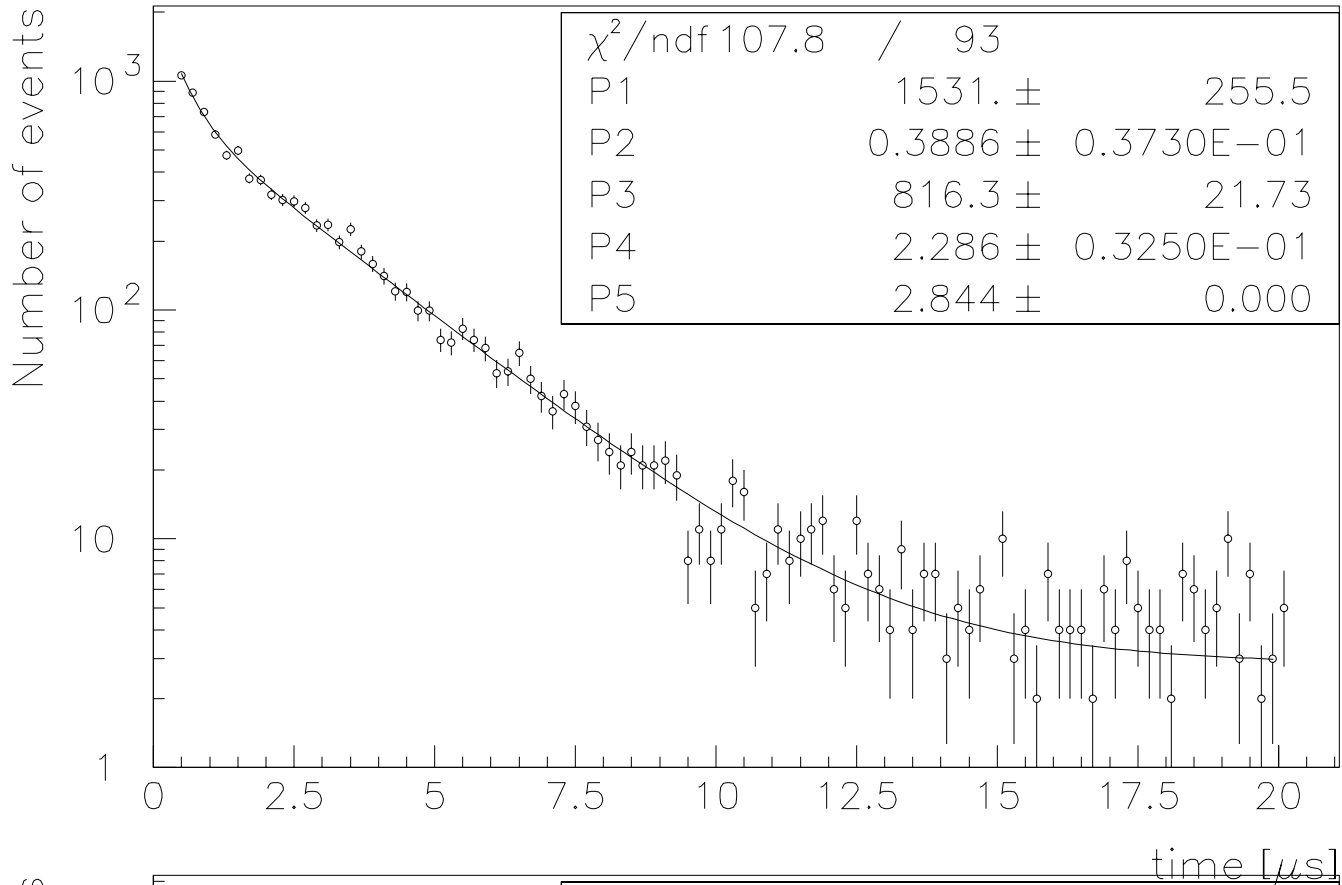
4 Kritische Diskussion

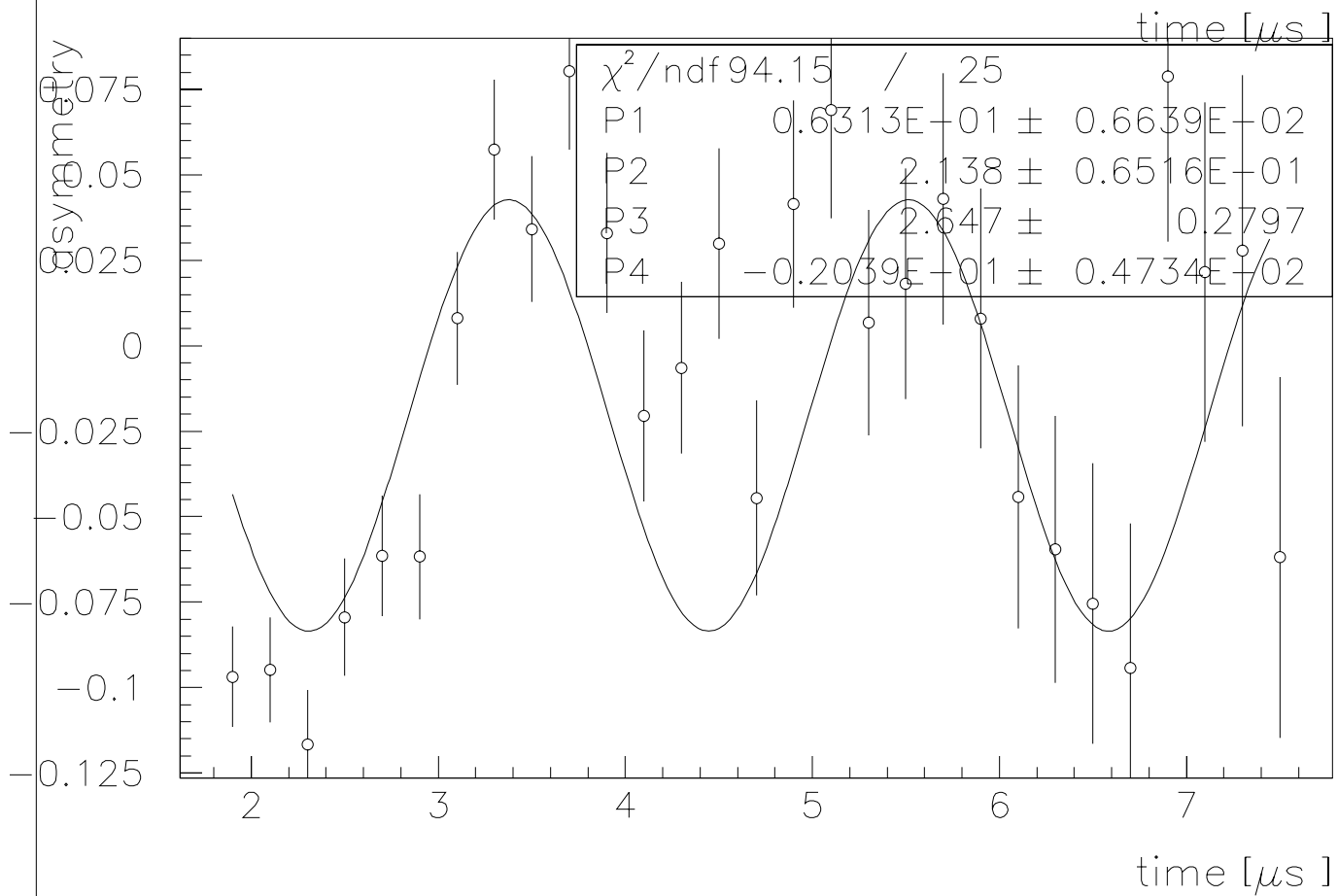
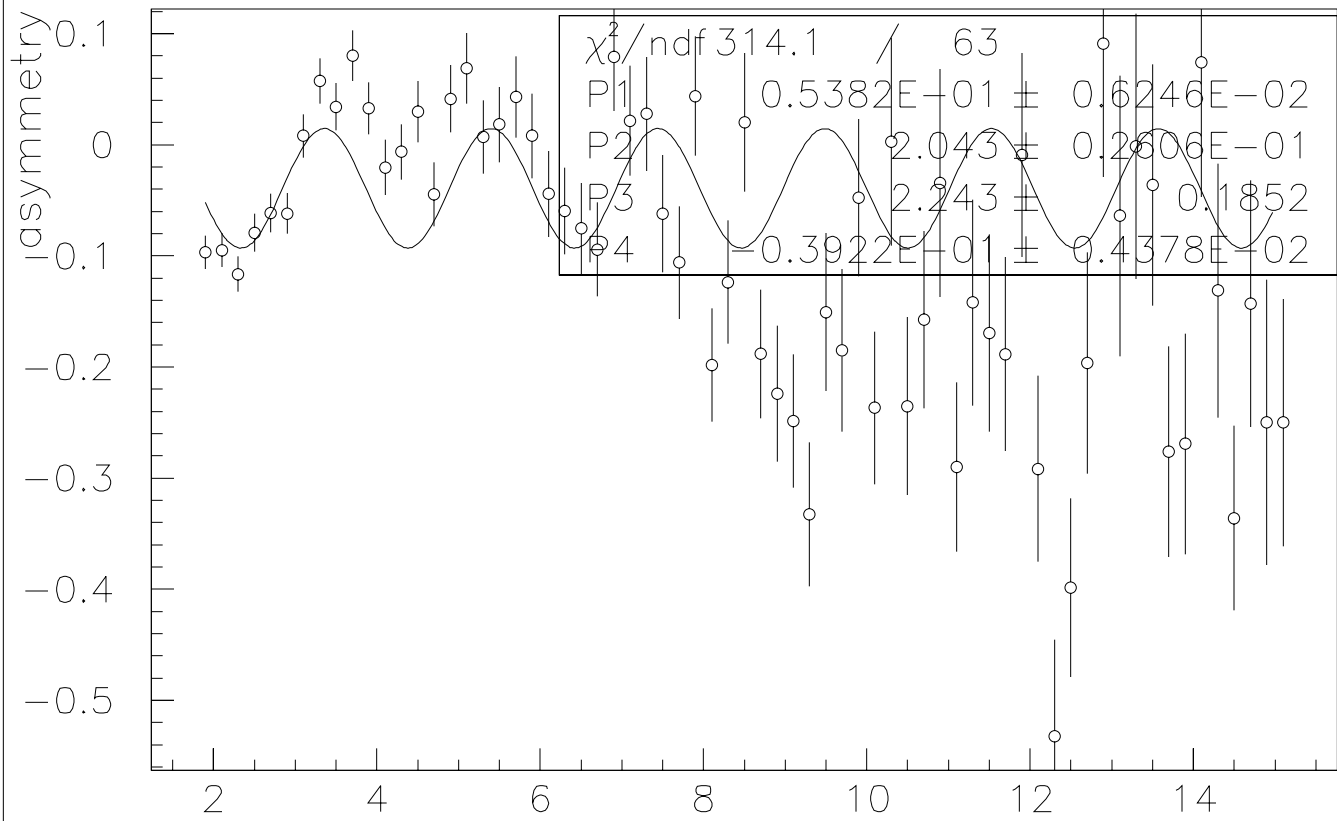
Die Hauptfehlerquelle für weniger überzeugende Ergebnisse sind in der geringen Statistik der Messungen zu suchen. Sie war auch dafür verantwortlich, dass das Fitten der Meßdaten nur unzureichend gelungen ist. Die Ergebnisse sind trotzdem größenordnungsmäßig richtig.

Das einzige Meßergebnis, das den Erwartungen kaum entspricht ist die ermittelte Kerneinfangrate in Aluminium. Sie stimmt nicht mit den Literaturwerten überein. Diese Abweichung läßt sich jedoch auf den Fit zurückführen, der diesen Parameter nur schlecht ermittelt hat.

Ein sehr ernstes Problem bereitet der systematische Fehler, der auch für die Probleme beim Fitten verantwortlich zu machen ist. Die Fitfunktion beschreibt die Daten nicht hinreichend gut.

Dies kann viele Ursachen haben. Das Nachpulsen der Sekundärelektronen vervielfacher ist sicherlich eine. Eine weitere Möglichkeit ist in der unterschiedlichen Effizienz der Szintillatoren zu suchen. Möglicherweise hat auch die Geometrie der Detektoren ihren Einfluß, da am Rand des Detektors zerfallende Myonen unter Umständen nicht erfasst werden. Auch könnten andere Teilchen Störsignale produzieren.





May 7 2000 18:33

lf7.kumac

Page 1

*** Begin of history file: Sun May 7 09:35:24 2000
nt_hmerge 1.nt fpmuon_1_12_99_0.dat.nt 1
create_vectors
do_rebin 2

Voreinstellungen des Lebensdauer Kumacs:
func=fit5_lt.for start=5 stop=410 fopt=b num=410 op=logy

Voreinstellungen des Untergrund Kumacs:
start=200 stop=410 func=fitconst.for fopt=b op=logy

background v1=v1200 v2=e1200 bin=2

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

FCN= 107.0732 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 15 CALLS 16 TOTAL
EDM= 0.25E-05 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE

EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1 P1 2.8753 0.16548 0.37231E-02 -0.22232

CHISQUARE = 0.1030E+01 NPFIT = 105

***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale :
verwendete Vektoren: v1200 , e1200 ; Kanaele : 100 bis 205 ; bin : 2

lifetime2 v1=v1200 v2=e1200 start=3 bin=2 unt=2.8753 fixu=1 stop=91

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

FCN= 96.21114 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 419 CALLS 420 TOTAL
EDM= 0.13E-01 STRATEGY=1 ERROR MATRIX UNCERTAINTY= 3.2%

EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1 P1 46454. 11927. 0.0000 1.4800
2 P2 0.80189E-01 0.49366E-04 0.0000 1.1945
3 P3 564.38 16.676 0.0000 342.19
4 P4 1.8830 0.35544E-01 0.0000 3.9037
5 P5 2.8753 constant

CHISQUARE = 0.1145E+01 NPFIT = 88

***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale :
verwendete Vektoren: v1200 , e1200 ; Kanaele : 3 bis 91 ; bin : 2

lifetime2 v1=v1200 v2=e1200 start=3 bin=2 unt=2.8753 fixu=1 stop=72

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

FCN= 72.68440 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 463 CALLS 464 TOTAL
EDM= 0.12E-01 STRATEGY=1 ERROR MATRIX UNCERTAINTY= 3.1%

EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1 P1 47881. 12634. 0.0000 -1.1399
2 P2 0.80059E-01 0.23045E-03 0.0000 1.2891
3 P3 564.54 15.869 0.0000 -285.17
4 P4 1.8789 0.35196E-01 0.0000 -3.8500
5 P5 2.8753 constant

CHISQUARE = 0.1118E+01 NPFIT = 69

***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale :
verwendete Vektoren: v1200 , e1200 ; Kanaele : 3 bis 72 ; bin : 2
=====

May 7 2000 18:33			lf7.kumac		Page	
=====						
background v1=v2200 v2=e2200 bin=2						
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01						
FCN= 96.48768		FROM MIGRAD		STATUS=CONVERGED		15 CALLS 16 TOTAL
		EDM= 0.97E-07		STRATEGY= 1		ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER						
NO.	NAME	VALUE	ERROR	STEP SIZE	FIRST DERIVATIVE	
1	P1	2.8444	0.16381	0.35175E-02	-0.43895E-01	
CHISQUARE = 0.9189E+00 NPFIT = 106						
verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 100 bis 205 ; bin : 2						

lifetime2 v1=v2200 v2=e2200 start=3 bin=2 unt=2.8444 fixu=1 stop=101						
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01						
FCN= 108.9140		FROM MIGRAD		STATUS=CONVERGED		891 CALLS 892 TOTAL
		EDM= 0.84E-02		STRATEGY=1		ERROR MATRIX UNCERTAINTY= 0.7%
EXT PARAMETER						
NO.	NAME	VALUE	ERROR	STEP SIZE	FIRST DERIVATIVE	
1	P1	1531.4	255.53	0.0000	-36.839	
2	P2	0.38856	0.37304E-01	0.0000	1.5535	
3	P3	816.27	21.726	0.0000	-219.07	
4	P4	2.2858	0.32498E-01	0.0000	2.8995	
5	P5	2.8444	constant			
CHISQUARE = 0.1159E+01 NPFIT = 98						
***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale :						
verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 3 bis 101 ; bin : 2						

lifetime2 v1=v2200 v2=e2200 start=3 bin=2 unt=2.8444 fixu=1 stop=88						
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01						
FCN= 142.2920		FROM MIGRAD		STATUS=CALL LIMIT		956 CALLS 957 TOTAL
		EDM= 0.77E-01		STRATEGY=1		ERROR MATRIX UNCERTAINTY= 0.6%
EXT PARAMETER						
NO.	NAME	VALUE	APPROXIMATE ERROR	STEP SIZE	FIRST DERIVATIVE	
1	P1	11713.	3017.7	0.14448E-02	550.64	
2	P2	0.13414	0.85486E-02	-0.25691E-02	441.02	
3	P3	903.25	20.588	-0.32353E-04	-12076.	
4	P4	2.1932	0.33737E-01	-0.48418E-02	24.066	
5	P5	2.8444	constant			
CHISQUARE = 0.1757E+01 NPFIT = 85						
***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale :						
verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 3 bis 88 ; bin : 2						

lifetime2 v1=v2200 v2=e2200 start=3 bin=2 unt=2.8444 fixu=1 stop=87						
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01						
FCN= 93.11759		FROM MIGRAD		STATUS=CALL LIMIT		955 CALLS 956 TOTAL
		EDM= 0.57E+01		STRATEGY= 1		ERR MATRIX NOT POS-DEF
EXT PARAMETER						
NO.	NAME	VALUE	APPROXIMATE ERROR	STEP SIZE	FIRST DERIVATIVE	
1	P1	1774.4	219.93	0.41864E-02	195.34	
2	P2	0.34127	0.68081E-01	0.93903E-02	27.266	
3	P3	841.72	145.19	0.38288E-02	-2243.7	
4	P4	2.2565	0.19962	0.12740E-01	3.7856	

May 7 2000 18:33		lf7.kumac		Page 3
5	P5	2.8444	constant	
CHISQUARE = 0.1164E+01 NPFIT = 84				
***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale : verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 3 bis 87 ; bin : 2				

lifetime2 v1=v2200 v2=e2200 start=3 bin=2 unt=2.8444 fixu=1 stop=81				
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01				
FCN=	95.26181	FROM MIGRAD	STATUS=CALL LIMIT	957 CALLS 958 TOTAL
	EDM= 0.58E+00	STRATEGY=1	ERROR MATRIX UNCERTAINTY=	0.6%
EXT PARAMETER	NO.	NAME	VALUE	APPROXIMATE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1	P1		2057.6	372.84 -0.40514E-03 -676.20
2	P2		0.31158	0.29872E-01 -0.52938E-02 121.50
3	P3		835.17	26.316 -0.54183E-04 -13009.
4	P4		2.2321	0.33145E-01 -0.38911E-02 116.28
5	P5		2.8444	constant
CHISQUARE = 0.1287E+01 NPFIT = 78				
***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale : verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 3 bis 81 ; bin : 2				

lifetime2 v1=v2200 v2=e2200 start=3 bin=2 unt=2.8444 fixu=1 stop=75				
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01				
FCN=	128.7270	FROM MIGRAD	STATUS=CONVERGED	471 CALLS 472 TOTAL
	EDM= 0.15E-01	STRATEGY=1	ERROR MATRIX UNCERTAINTY=	2.4%
EXT PARAMETER	NO.	NAME	VALUE	APPROXIMATE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1	P1		93784.	18284. 0.0000 -8.7376
2	P2		0.88249E-01	0.23226E-02 0.0000 14.413
3	P3		963.57	20.042 0.0000 319.59
4	P4		2.1221	0.29022E-01 0.0000 11.148
5	P5		2.8444	constant
CHISQUARE = 0.1893E+01 NPFIT = 72				
***** ERROR in HPLAER : Null or negative value with log scale : verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 3 bis 75 ; bin : 2				

lifetime2 v1=v2200 v2=e2200 start=3 bin=2 unt=2.8444 fixu=1 stop=74				
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01				
FCN=	128.7270	FROM MIGRAD	STATUS=CONVERGED	471 CALLS 472 TOTAL
	EDM= 0.15E-01	STRATEGY=1	ERROR MATRIX UNCERTAINTY=	2.4%
EXT PARAMETER	NO.	NAME	VALUE	APPROXIMATE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1	P1		93784.	18284. 0.0000 -8.7376
2	P2		0.88249E-01	0.23226E-02 0.0000 14.413
3	P3		963.57	20.042 0.0000 319.59
4	P4		2.1221	0.29022E-01 0.0000 11.148
5	P5		2.8444	constant
CHISQUARE = 0.1893E+01 NPFIT = 72				
verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 3 bis 74 ; bin : 2				

lifetime2 v1=v2200 v2=e2200 start=3 bin=2 unt=2.8444 fixu=1 stop=72				
Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01				

May 7 2000 18:33		lf7.kumac		Page
FCN=	123.4227	FROM MIGRAD	STATUS=CALL LIMIT	951 CALLS 952 TOTAL
	EDM= 0.14E+00	STRATEGY= 1	ERR MATRIX NOT	POS-DEF
EXT PARAMETER	NO.	NAME	VALUE	APPROXIMATE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1	P1		18638.	6096.1 0.11564E-02 153.30
2	P2		0.12302	0.92685E-02 -0.12055E-02 202.67
3	P3		934.55	23.122 -0.11828E-04 8152.8
4	P4		2.1971	0.30922E-01 -0.10032E-02 -141.37
5	P5		2.8444	constant
CHISQUARE = 0.1870E+01 NPFIT = 70				
verwendete Vektoren: v2200 , e2200 ; Kanaele : 3 bis 72 ; bin : 2				

exit				
*** End of history file: Sun May 7 09:45:40 2000				

```
May 7 2000 18:12          stdin          Page 1

*** Begin of history file: Wed May 3 17:38:44 2000
nt_hmerge 1.nt fpmuon_2_12_99_0.dat.nt 5
create_vectors
do_rebin 2

Voreinstellungen des asymmetrie Kumacs:
up=v2200 down=v1200 func=histofit.for fopt=e

-----
asymmetry start=10 stop=38 num=205 bin=2

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

FCN= 94.15300      FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      237 CALLS      474 TOTAL
EDM= 0.23E-04      STRATEGY= 1      ERROR MATRIX ACCURATE

EXT PARAMETER
NO.  NAME      VALUE      PARABOLIC      MINOS ERRORS
      ERROR      NEGATIVE      POSITIVE
1    P1      0.63132E-01  0.66399E-02  -0.66217E-02  0.66563E-02
2    P2      2.1382      0.57005E-01  -0.62867E-01  0.67459E-01
3    P3      2.6467      0.24775      -0.27873      0.28059
4    P4      -0.20393E-01  0.47242E-02  -0.47384E-02  0.47297E-02

CHISQUARE = 0.3766E+01  NPFIT = 29

verwendete Vektoren: v2200 , v1200 ; Kanaele : 10 bis 38
-----
asymmetry start=10 stop=45 num=205 bin=2

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

FCN= 128.0909      FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      315 CALLS      526 TOTAL
EDM= 0.78E-04      STRATEGY= 1      ERROR MATRIX ACCURATE

EXT PARAMETER
NO.  NAME      VALUE      PARABOLIC      MINOS ERRORS
      ERROR      NEGATIVE      POSITIVE
1    P1      0.62055E-01  0.66940E-02  -0.65277E-02  0.64632E-02
2    P2      2.0852      0.38973E-01  -0.39484E-01  0.42451E-01
3    P3      2.4518      0.21096      -0.21522      0.22009
4    P4      -0.24598E-01  0.45815E-02  -0.45881E-02  0.45652E-02

CHISQUARE = 0.4003E+01  NPFIT = 36

verwendete Vektoren: v2200 , v1200 ; Kanaele : 10 bis 45
-----
asymmetry start=10 stop=51 num=205 bin=2

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

FCN= 187.4481      FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      183 CALLS      396 TOTAL
EDM= 0.13E-04      STRATEGY= 1      ERROR MATRIX ACCURATE

EXT PARAMETER
NO.  NAME      VALUE      PARABOLIC      MINOS ERRORS
      ERROR      NEGATIVE      POSITIVE
1    P1      0.56276E-01  0.62934E-02  -0.62752E-02  0.63019E-02
2    P2      2.2594      0.61387E-01  -0.61998E-01  0.57576E-01
3    P3      3.0926      0.26062      -0.26122      0.24574
4    P4      -0.30117E-01  0.45161E-02  -0.45136E-02  0.45205E-02

CHISQUARE = 0.4933E+01  NPFIT = 42

verwendete Vektoren: v2200 , v1200 ; Kanaele : 10 bis 51
-----
asymmetry start=10 stop=64 num=205 bin=2

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

NEW MINIMUM FOUND.  GO BACK TO MINIMIZATION STEP.
=====
```

```
May 7 2000 18:12          stdin          Page 1

V
V
V
VVVVVVV
VVVVV
VVV
V

FCN= 280.0733      FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      301 CALLS      1154 TOTAL
EDM= 0.86E-05      STRATEGY=1      ERROR MATRIX UNCERTAINTY= 2.2%

EXT PARAMETER
NO.  NAME      VALUE      PARABOLIC      MINOS ERRORS
      ERROR      NEGATIVE      POSITIVE
1    P1      0.54753E-01  0.64318E-02  -0.63056E-02  0.63006E-02
2    P2      2.0554      0.29026E-01  -0.29879E-01  0.32788E-01
3    P3      2.2997      0.18815      -0.19508      0.20150
4    P4      -0.36848E-01  0.43969E-02  -0.44272E-02  0.44144E-02

CHISQUARE = 0.5492E+01  NPFIT = 55

verwendete Vektoren: v2200 , v1200 ; Kanaele : 10 bis 64
-----
asymmetry start=10 stop=76 num=205 bin=2

Convergence when estimated distance to minimum (EDM) .LT. 0.10E+01

NEW MINIMUM FOUND.  GO BACK TO MINIMIZATION STEP.
=====
V
V
V
VVVVVVV
VVVVV
VVV
V

FCN= 314.0637      FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      239 CALLS      1087 TOTAL
EDM= 0.18E-05      STRATEGY= 1      ERROR MATRIX ACCURATE

EXT PARAMETER
NO.  NAME      VALUE      PARABOLIC      MINOS ERRORS
      ERROR      NEGATIVE      POSITIVE
1    P1      0.53817E-01  0.62809E-02  -0.62469E-02  0.62450E-02
2    P2      2.0426      0.25663E-01  -0.25182E-01  0.26937E-01
3    P3      2.2429      0.18342      -0.18323      0.18709
4    P4      -0.39216E-01  0.43752E-02  -0.43802E-02  0.43748E-02

CHISQUARE = 0.4985E+01  NPFIT = 67

verwendete Vektoren: v2200 , v1200 ; Kanaele : 10 bis 76
-----
exit
*** End of history file: Wed May 3 17:49:29 2000
```